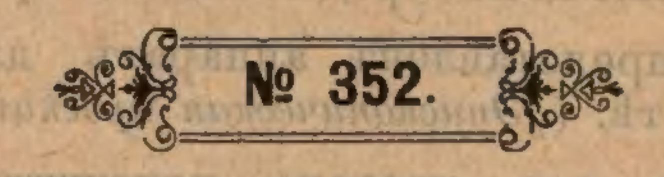
XXX Сем. № 4.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

31 Августа  № 352. 1903 г.

О новѣйшихъ проекціонныхъ аппаратахъ и микрофотографіи.

М. Таубера, въ Іенѣ.

Проблемы проектированія изображеній на экранѣ и фотографированія микроскопически маленькихъ предметовъ имѣютъ много общаго съ фотографіей и микроскопіей. Съ фотографіей онѣ сходны въ томъ отношеніи, что изображенія, получаемыя отъ предметовъ, не непосредственно, субъективно разсматриваются глазомъ, но сначала объективно отбрасываются на плоскость (стѣну, экранъ, матовое стекло и т. д.) и затѣмъ только наблюдаются или отпечатываются; съ микроскопіей же эти проблемы имѣютъ то общее, что онѣ даютъ не уменьшенныя изображенія, какъ въ обыкновенной фотографіи, но увеличенныя.

Проектированіе и микрофотографія, столь важныя для научнаго и народнаго образованія, уже давно занимали виднѣйшія оптическія фирмы, и въ настоящее время одной изъ нихъ—фирмѣ Цейссъ въ Іенѣ—удалось довести эти задачи до самыхъ блестящихъ результатовъ.

Въ устроенномъ этой фирмой *Эпидіоскопѣ* проекціонные аппараты достигли своего высшаго совершенства, и сдѣланные ею же аппараты для микрофотографированія принадлежатъ къ прекраснѣйшимъ и оригинальнѣйшимъ изобрѣтеніямъ новѣйшаго времени.

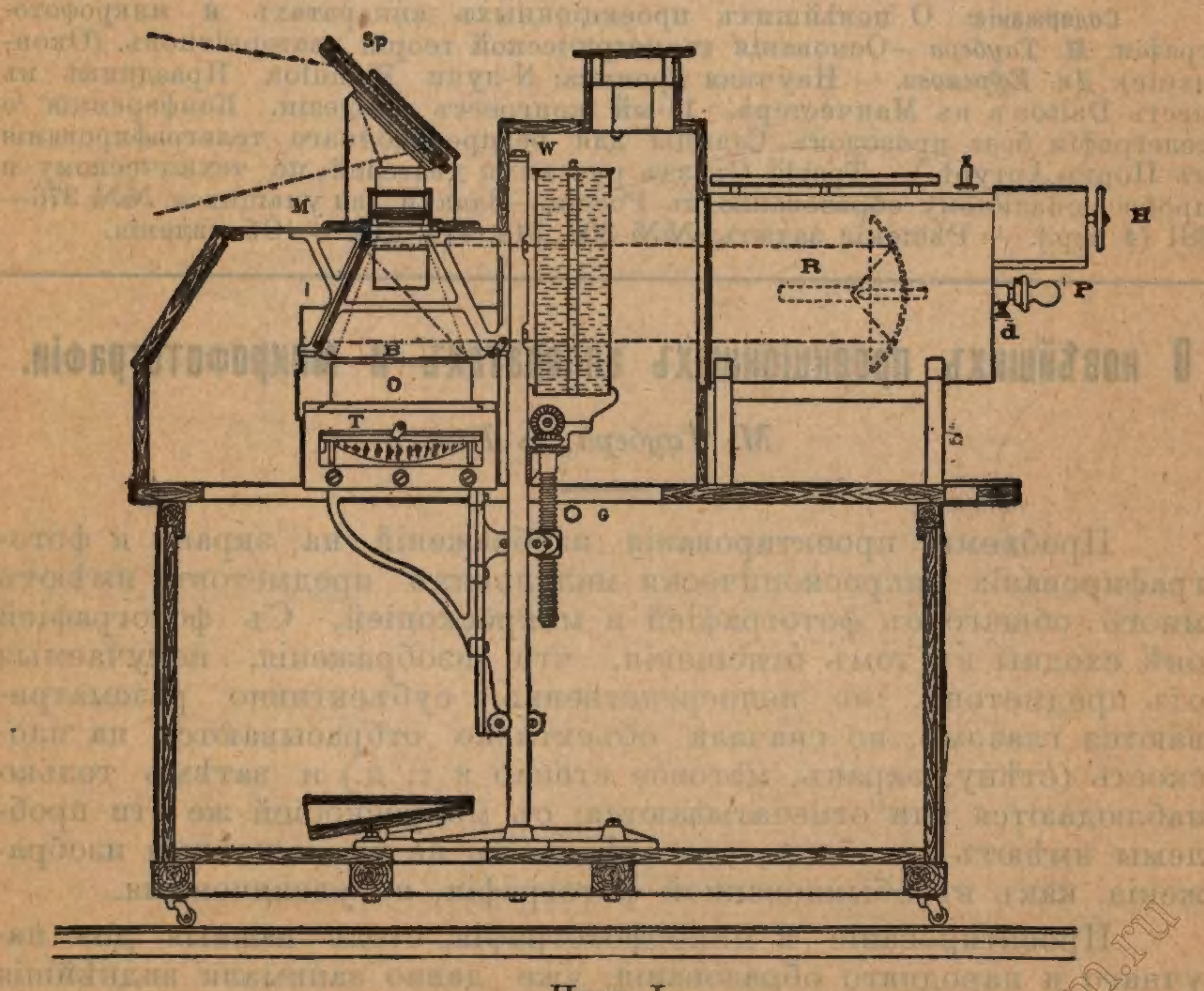
I.

Эпидіоскопъ.

Описанный въ нижеслѣдующемъ аппаратъ, такъ называемый *Эпидіоскопъ*, служитъ для проектированія горизонтально лежащихъ непрозрачныхъ предметовъ (рисунковъ -- даже въ книгахъ, фотографическихъ снимковъ, маленькихъ моделей, физическихъ аппаратовъ, маленькихъ растеній и животныхъ и частей большихъ и т. д.) въ *отраженномъ свѣтѣ* и прозрачныхъ или, по крайней мѣрѣ, просвѣчивающихъ предметовъ *въ пропущенномъ свѣтѣ*.

На чертежѣ I представленъ аппаратъ для проектированія въ отраженномъ свѣтѣ. („*Эпископическая проекція*").

Свѣтъ исходитъ изъ кратера положительнаго угля и падаетъ на параболическое зеркало *рефлектора* K, отъ котораго онъ



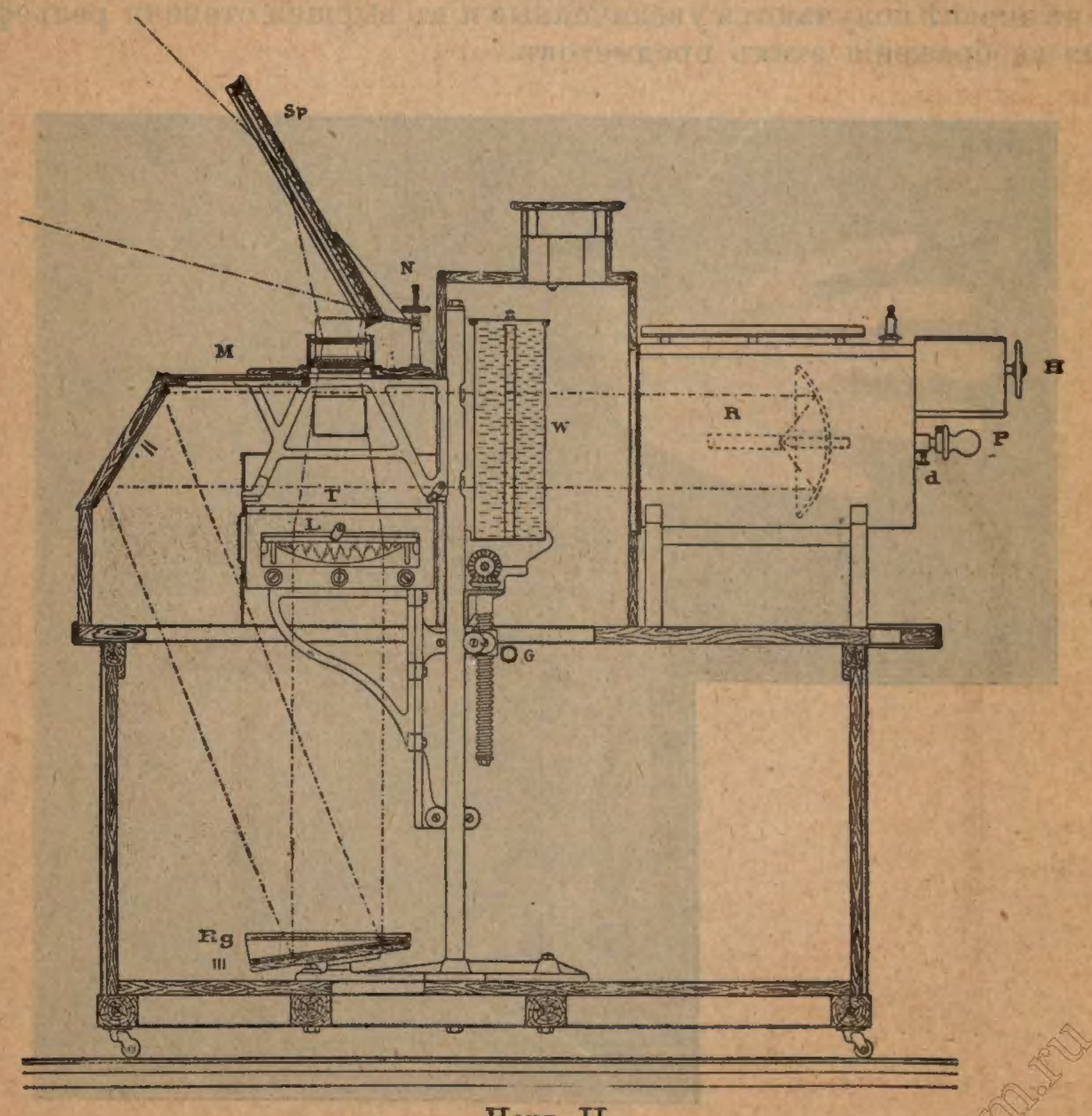
Черт. I.
Проектированіе въ отраженномъ свѣтѣ
($^1/_{12}$ нат. величины).

отражается въ видѣ цилиндрическаго пучка лучей. Отраженные лучи проходятъ черезъ *холодильникъ* W, наполненный водой, и направляются къ зеркалу I, откуда они отбрасываются по косому направленію внизъ и, проходя затѣмъ черезъ діафрагму, падаютъ на лежащій внизу предметъ. Отъ предмета лучи отражаются не-

правильно кверху и часть ихъ, заключенная въ пространствѣ между прямыми, начерченными пунктиромъ, достигаетъ объектива. Конусъ свѣта, выходящій изъ объектива, падаетъ на зеркало K_p, которое оборачиваетъ изображенія и бросаетъ ихъ на экранъ.

На чертежѣ II представленъ тотъ же аппаратъ для проектированія въ пропущенномъ свѣтѣ („*діаскопическая проекція*").

Въ этомъ случаѣ зеркало I отворачивается; лучи, вышедшіе изъ холодильника W такимъ образомъ, идутъ дальше и доходятъ до зеркала II, отъ котораго они отражаются косо внизъ къ зеркалу III; отъ послѣдняго лучи отражаются перпендикулярно



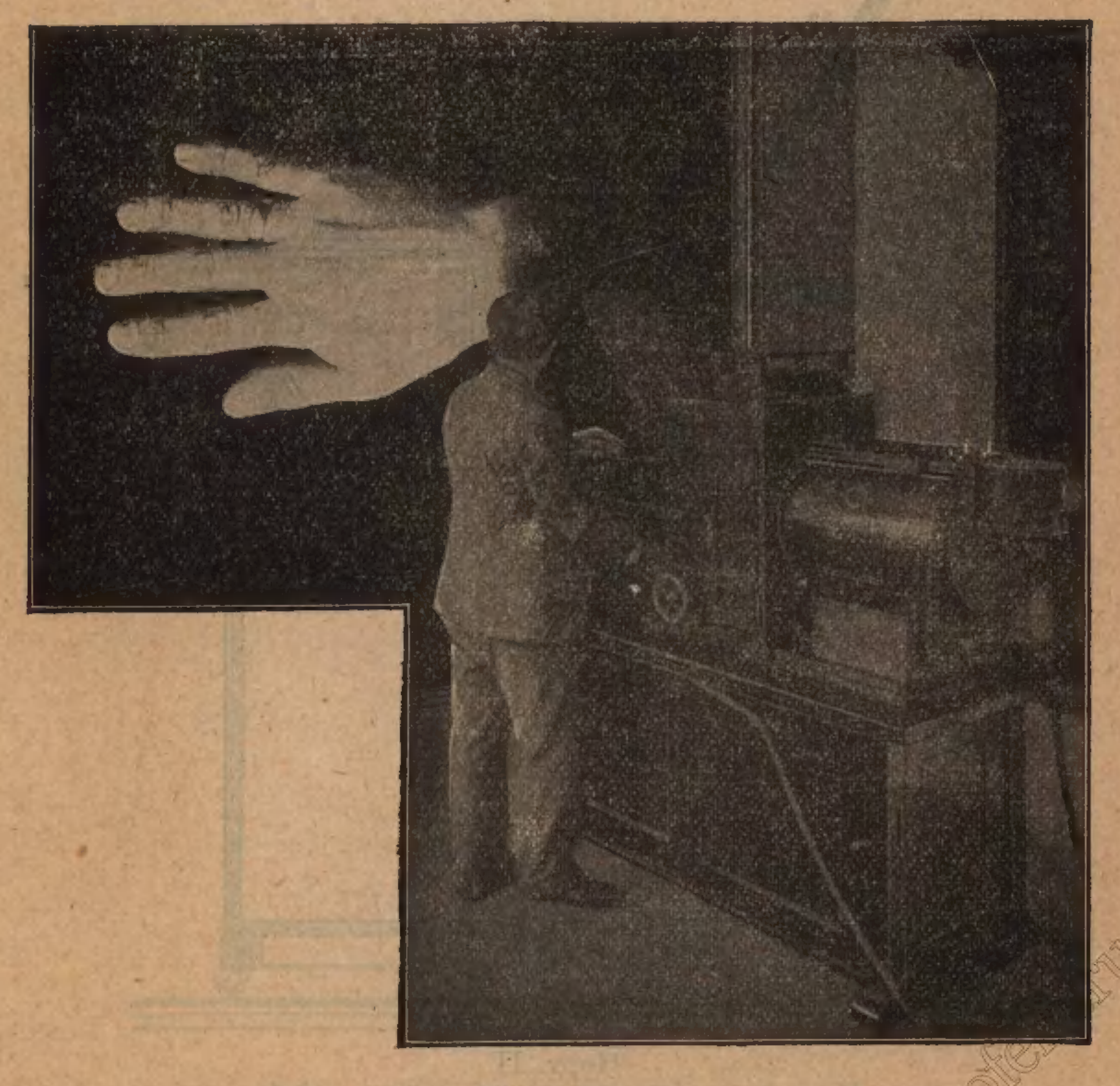
Черт. II.
Проектированіе въ пропускномъ свѣтѣ
(1/12 нат. величины).

кверху и падаютъ на собирательное стекло L подъ предметомъ T; по прохожденіи черезъ стекло и предметъ, лучи сходятся недалеко отъ объектива, гдѣ и получается уменьшенное изображеніе рефлектора. Лучи, выходящіе изъ объектива, падаютъ на зеркало S_p, гдѣ изображенія оборачиваются и отбрасываются на экранъ.

Длина эпидіоскопа равна приблизительно $1^1/_2$ метрамъ, ширина $^3/_4$ и высота $1^1/_2$ метрамъ.

Ширина *проектируемыхъ предметовъ* не должна превышать 30 см. и толщина 16 см.; длинѣ же предмета конструкціей аппарата не положены опредѣленныя границы.

Эпидіоскопомъ можно проектировать не только всякаго рода рисунки, нарисованные на прозрачныхъ и непрозрачныхъ предметахъ, но и предметы рельефные. Такъ напримѣръ, если положить на проекціонный столикъ аппарата кисть руки (черт. III), гипсовый отливъ или какой-нибудь другой рельефный предметъ, то на экранѣ получаются увеличенныя и въ высшей степени рельефныя изображенія этихъ предметовъ.



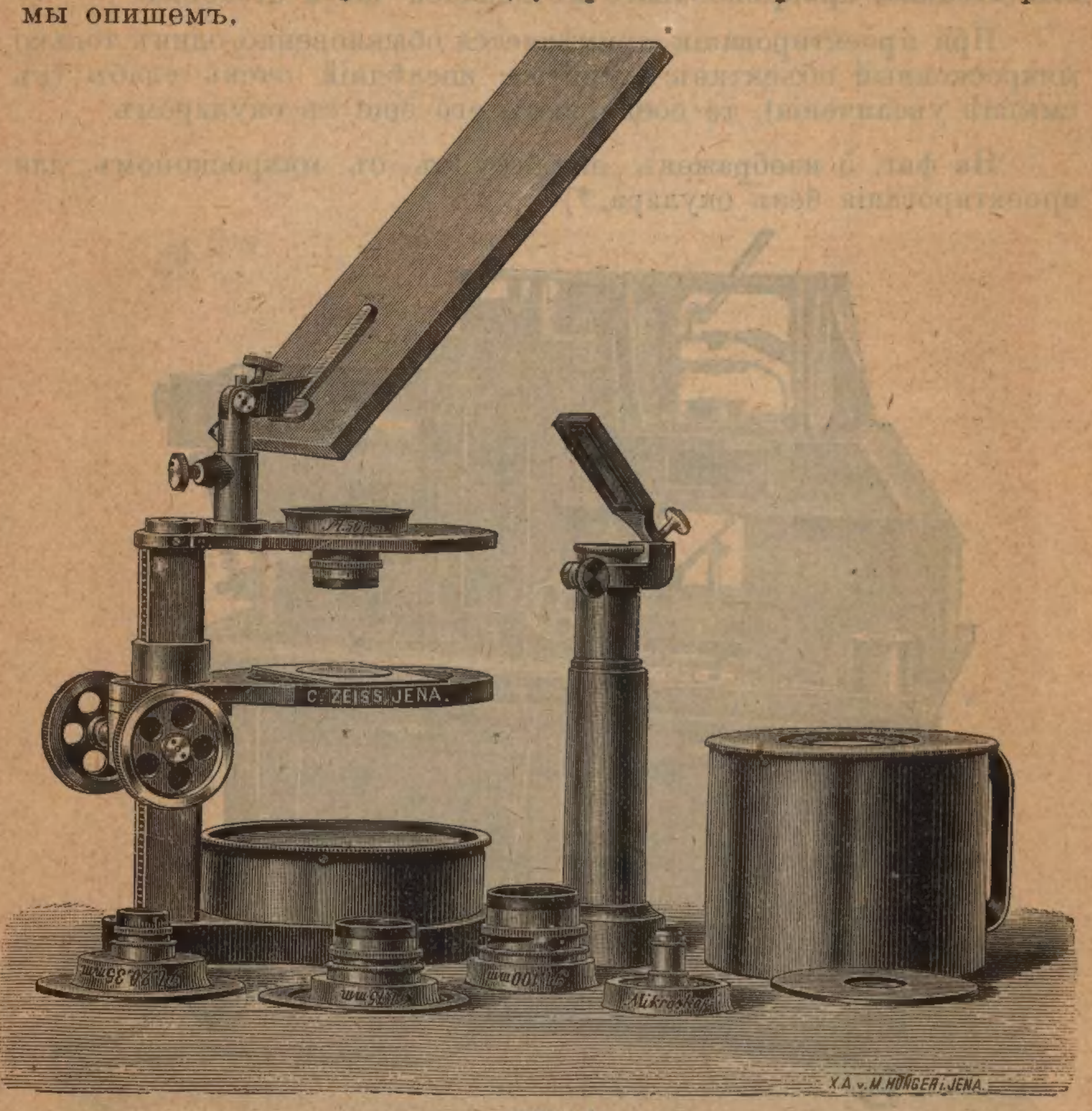
Черт. III.

Изображенія, даваемыя эпидіоскопомъ на экранѣ, своею ясностью и пластичностью формъ, какъ и натуральностью переданныхъ цвѣтовъ, остаются неизгладимыми въ памяти каждаго, кто ихъ разъ имѣлъ возможность наблюдать.

II.

Проекціонный микроскопъ для эпидіоскопа.

Для проектированія небольшихъ и весьма маленькихъ предметовъ на экранъ соединяютъ эпидіоскопъ съ такъ называемымъ проекціоннымъ микроскопомъ, устройство и примѣненіе котораго мы опишемъ.



Фиг. 4.
Проекціонный микроскопъ.

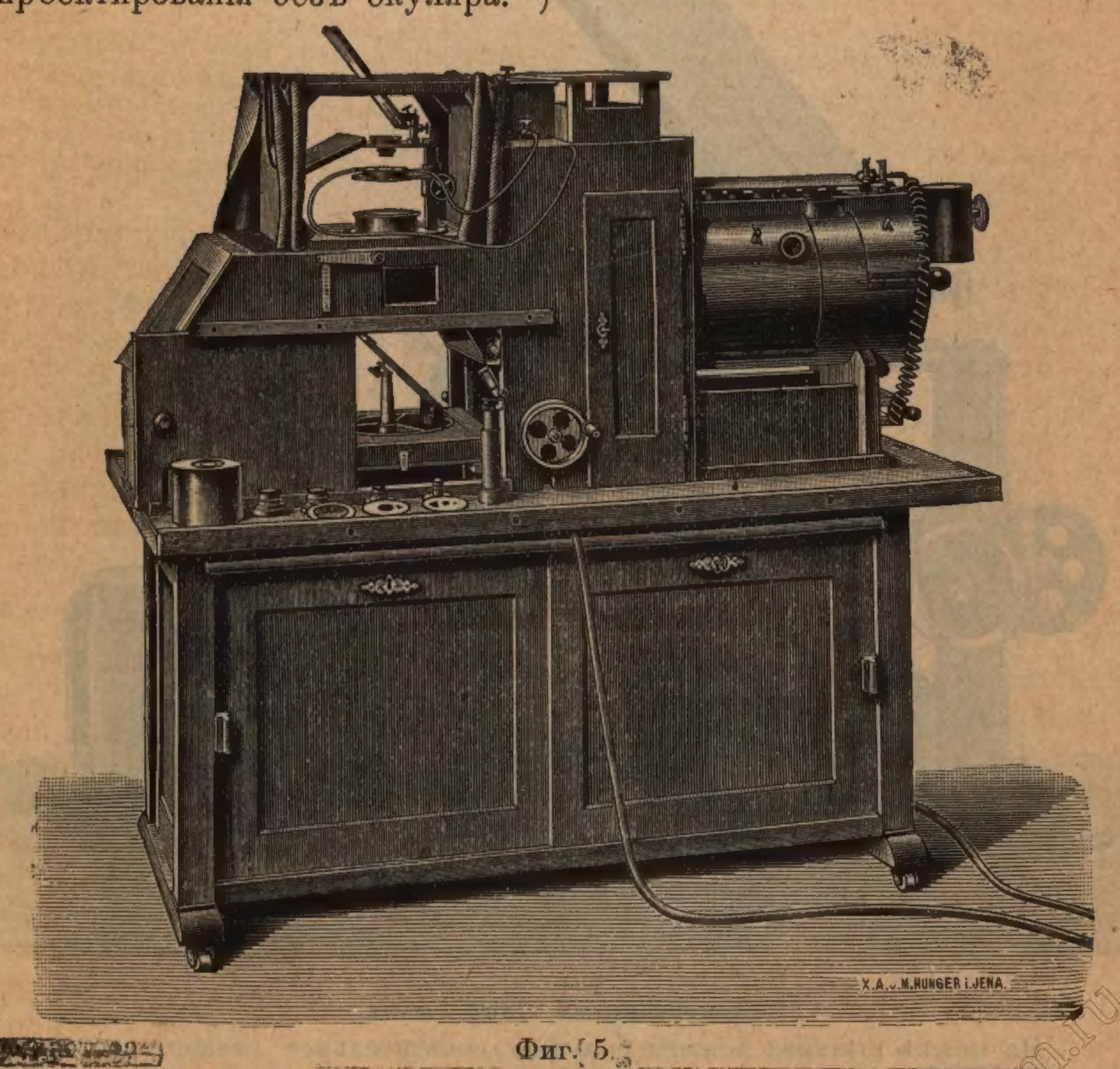
На ножкѣ штатива лежитъ большое освѣтительное стекло, состоящее изъ двухъ плосковыпуклыхъ стеколъ; въ отверстіе верхняго неподвижнаго столика вложенъ объективъ, и надъ послѣднимъ находится большое оборачивающее зеркало. Подлѣ штатива помѣщена окулярная трубка съ соотвѣтствующимъ оборачивающимъ зеркаломъ; направо отъ трубки стоитъ маленькое освѣтительное стекло; впереди лежатъ разные объективы и діафрагмы для столовъ.

Проекціонный микроскопъ состоитъ изъ *штатива* для освѣтительныхъ стеколъ, мѣста для предмета и аппарата для оборачиванія изображеній и *освѣтительнаго зеркала.*

Штативъ имѣетъ въ своей нижней части кольцеобразную мѣдную ножку, перпендикулярно къ которой поднимается трехгранный столбикъ (фиг. 4); по послѣднему передвигается, съ помощью зубчатаго механизма, столикъ для проектируемаго предмета, и надъ нимъ помѣщенъ объективъ, вставленный въ отверстіе столика, прикрѣпленнаго къ верхней части столбика.

При проектированіи примѣняется обыкновенно одинъ только микроскопный объективъ; если же послѣдній очень слабъ (въ смыслѣ увеличенія), то соединяютъ его еще съ окуляромъ.

На фиг. 5 изображенъ эпидіоскопъ съ микроскопомъ для проектированія безъ окуляра. *)



Фиг. 5.

Эпидіоскопъ съ приборомъ для микропроекціи.
Проекція безъ окуляра.

Свѣтъ исходитъ изъ положительнаго угля рефлектора и, отразившись отъ послѣдняго, проходитъ черезъ холодильникъ, гдѣ тепловые лучи поглощаются. Изъ холодильника лучи свѣта

Фигуры 1 и 2 представляютъ собой вертикальный разрѣзъ этого аппарата (безъ проекціоннаго микроскопа).

идутъ къ освѣтительному зеркалу, отъ котораго они отражаются и направляются къ освѣтительному стеклу. Лучи проходятъ затѣмъ черезъ маленькій холодильникъ, проектируемый предметъ, объективъ и падаютъ на зеркало, которое оборачиваетъ изображенія и бросаетъ ихъ на экранъ.

Освѣтительное зеркало прямоугольно и образуетъ съ лучами, отраженными отъ рефлектора, уголъ въ 45°; лучи поэтому отражаются перпендикулярно къ освѣтительному стеклу.

(Къ фиг. 5). Штативъ стоитъ внутри камеры, которой занавѣски на фигурѣ отдернуты. Къ краю столика для объектива прикрѣплена особая пластинка, которая другимъ своимъ концомъ прислонена къ стѣнкѣ камеры. Эта пластинка не пропускаетъ кверху свѣта, проходящаго мимо проектируемаго предмета и столика для объектива. На столикѣ лежитъ подъ предметомъ маленькій холодильникъ. Охлаждающая вода течетъ къ послѣднему черезъ верхнюю резиновую трубку изъ цинковаго сосуда, наполненнаго прокипяченною холодною водою; черезъ нижнюю трубку вода течетъ изъ водопроводнаго крана въ большой холодильникъ эпидіоскопа. Черезъ открытыя дверцы виднѣется въ серединѣ эпидіоскопа освѣтительное зеркало; на передней сторонѣ крышки эпидіоскопа видны разные вспомогательные аппараты.

Зеркало ставятъ на столикъ, на который въ эпидіоскопѣ безъ микроскопа кладется проектируемый предметъ, и поднимаютъ затѣмъ, черезъ вращеніе колесика на передней части аппарата, столикъ вмѣстѣ съ зеркаломъ до тѣхъ поръ, пока послѣднее не займетъ своего надлежащаго положенія (фиг. 6). Черезъ вращеніе и наклоненіе зеркала посредствомъ предназначенныхъ для этого винтовъ, устанавливаютъ его такимъ образомъ, чтобы изображеніе рефлектора, даваемое освѣтительными стеклами, получалось какъ разъ въ срединѣ отверстія для объектива. Рефлекторъ поворачиваютъ затѣмъ до тѣхъ поръ, пока все поле изображенія не освѣтится равномѣрно.

На фиг. 6 изображенъ аппаратъ для проектированія съ окуляромъ.

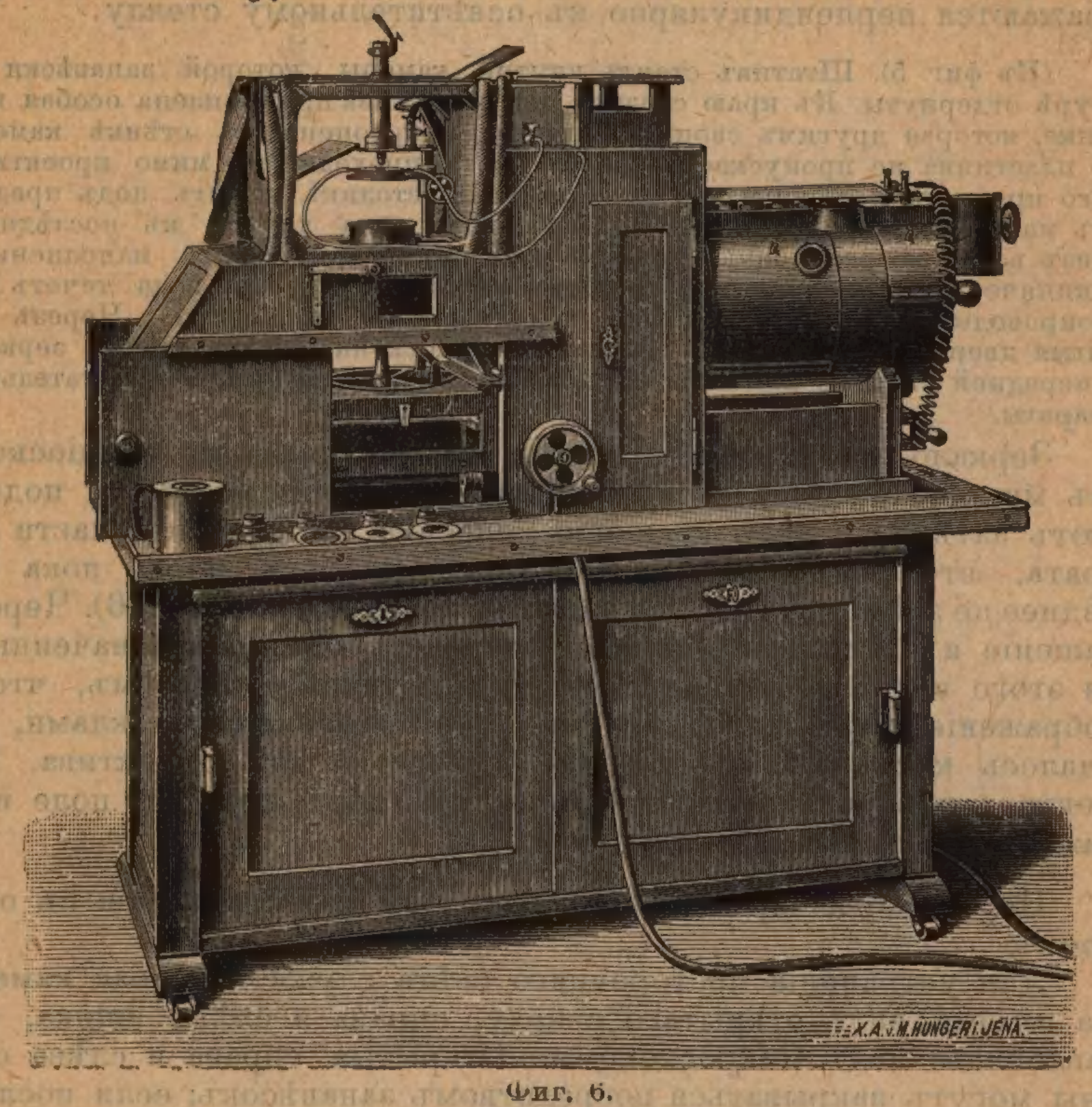
Для устраненія посторонняго свѣта служитъ особая камера. Она имѣетъ видъ открытаго сверху, справа и слѣва ящика, поставленнаго надъ микроскопомъ. Открытыя справа и слѣва стороны могутъ закрываться посредствомъ занавѣсокъ; если послѣднія раскрывать, то этимъ открывается доступъ къ нижней части микроскопа для перемѣны препаратовъ и освѣтительныхъ стеколъ. Вверху выступаетъ зеркало для оборачиванія изображеній. Съ верхней стороны производится также перемѣна объективовъ. Что касается послѣднихъ, то для нихъ можно брать микропланары *), проекціонныя системы стеколъ или болѣе слабые микро-

---

*) *Планары*—это объективы, отличающіеся своимъ большимъ отношеніемъ отверстія къ фокусному разстоянію. У новѣйшихъ планаровъ это отношеніе доходитъ до $\frac{1}{3{,}6}$. Уголъ поля изображенія доходитъ у планаровъ до 72°. Планары служатъ для фотографическихъ цѣлей (при маленькомъ фокусномъ разстояніи—для моментальныхъ снимковъ, при большомъ—для всѣхъ родовъ репродукціи). Планары съ маленькимъ фокуснымъ разстояніемъ (т. н. микропланары) можно съ успѣхомъ примѣнять для проекціонныхъ цѣлей.

скопные объективы, при чемъ послѣдніе можно примѣнять съ окуляромъ и безъ него.

Вслѣдствіе особеннаго рода примѣняемаго при эпидіоскопѣ источника свѣта (рефлектора), нашли болѣе удобнымъ давать проекціоннымъ микроскопамъ слабыя и среднія увеличенія, каковыя въ большинствѣ случаевъ и приходятъ въ примѣненіе. При этомъ инструменты позволяютъ съ помощью подходящихъ



Фиг. 6.

Эпидіоскопъ съ приборомъ для микропроекціи.

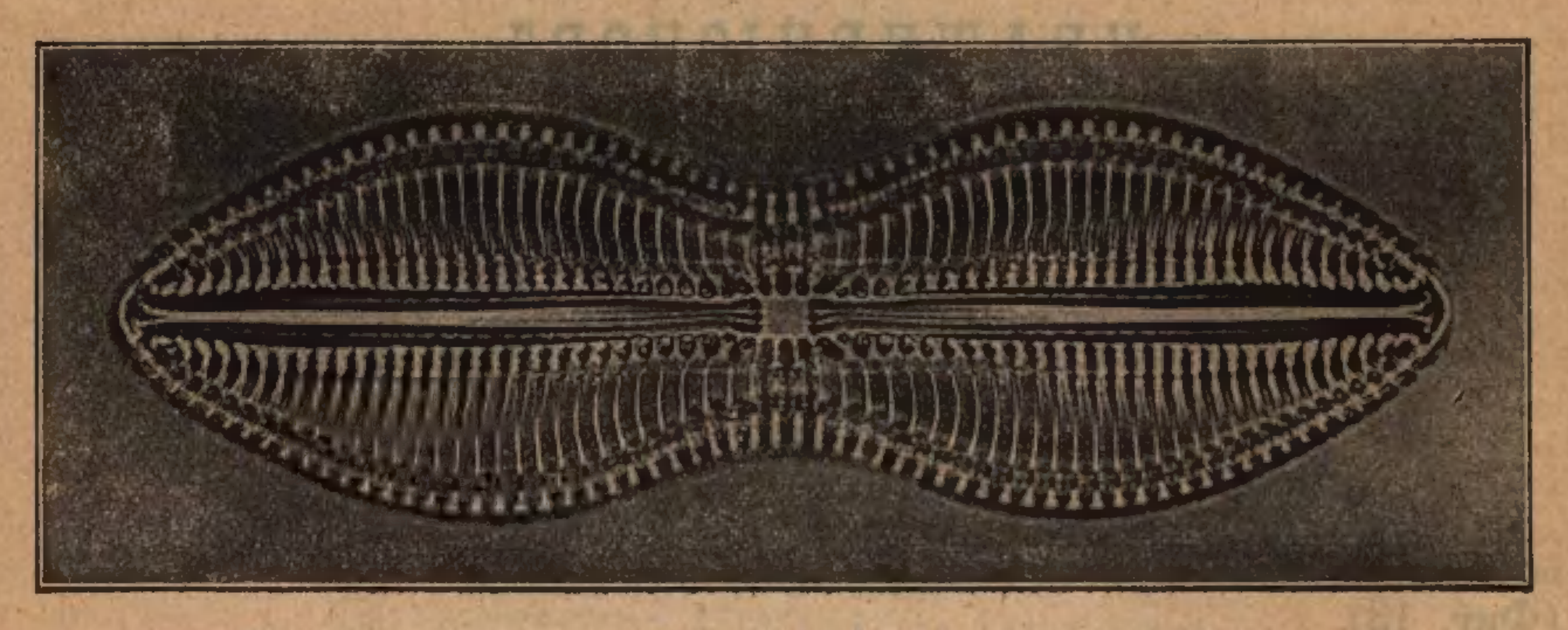
Проекція съ окуляромъ.

(Къ фиг. 6). Въ отверстіе объектива вставленъ слабый микроскопный объективъ, къ которому привинчена окулярная труба съ зеркаломъ для оборачиванія изображеній; большое же оборачивающее зеркало отворочено. Черезъ растворенныя дверцы видно освѣтительное зеркало въ своемъ верхнемъ положеніи, каковое и необходимо при употребленіи аппарата. Въ остальномъ эта фигура соотвѣтствуетъ предыдущей.

объективовъ проектировать особенно большіе препараты; такъ напримѣръ, при примѣненіи планара съ фокуснымъ разстояніемъ въ 100 мм. (одного изъ болѣе слабыхъ объективовъ), діаметръ препарата можетъ доходить до 8 см.

Проекціонный микроскопъ при эпидіоскопѣ важенъ въ томъ

отношеніи, что онъ даетъ возможность *цѣлой аудиторіи,* черезъ проектированіе на экранѣ маленькихъ препаратовъ на стеклѣ, наблюдать отъ послѣднихъ въ одно и то же время ихъ увеличенныя и до мельчайшихъ подробностей точныя и ясныя изображенія.



Фиг. 7 тиф. бац.

Такъ, если проектировать препараты съ тифозными бациллами, увеличенными въ 1000 разъ, или Navicula craba при 500-омъ увеличеніи и т. д., то, при увеличеніи аппарата въ 50



Фиг. 8. Navicula craba.

разъ, аудиторія имѣетъ возможность видѣть ясно и точно тифозныя бациллы увеличенными въ 50 000 разъ, Navicula craba, увеличенными въ 25 000 разъ, и т. д.

(Продолженіе слѣдуетъ).

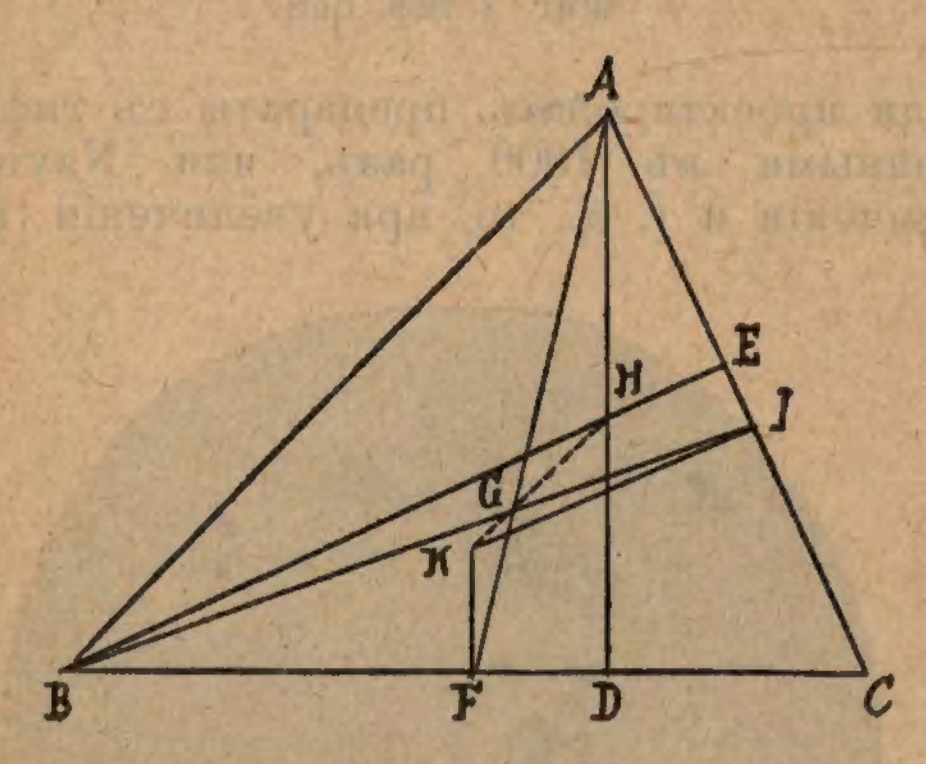
ОСНОВАНІЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРІИ КВАТЕРНІОНОВЪ.

Дм. Ефремова (Иваново-Вознесенскъ).

*(Окончаніе *).*

Примѣры.

VIII. *Барицентръ треугольника G, его ортоцентръ H и центръ описаннаго круга K находятся на одной прямой, при чемъ GH=2KG.* (Фиг. 13).



Фиг. 13.

Обозначимъ чрезъ $\overline{A}$ и $\overline{B}$ *единичные* векторы (7), направленные по CB и CA, и положимъ $\overline{CB} = a.\overline{A}$ и $\overline{CA} = b.\overline{B}$. Такъ какъ (4)

$$T\overline{CD} = \cos C.T\overline{CA} = b.\cos C$$

и

$$T\overline{CE} = \cos C.T\overline{CB} = a.\cos C,$$

то

$$\overline{CD} = b.\cos C.\overline{A} \text{ и } \overline{CE} = a.\cos C.\overline{B};$$

поэтому

$$\overline{AD} = \overline{CD} - \overline{CA} = b.(\cos C.\overline{A} - \overline{B})$$

и

$$\overline{BE} = \overline{CE} - CB = a.(\cos C.\overline{B} - \overline{A}).$$

*) См. № 351 „Вѣстника“.

Положивъ теперь $\overline{BH} = x.\overline{BE}$ и $\overline{AH} = y.\overline{AD}$ и замѣтивъ, что

$$\overline{CH} = \overline{CA} + \overline{AH} = \overline{CB} + \overline{BH} =$$
$$= \overline{CA} + y.\overline{AD} = \overline{CB} + x.\overline{BE},$$

на основаніи предыдущихъ равенствъ, получимъ:

$$\overline{CH} = b.\overline{B} + yb.(\cos C.\overline{A} - \overline{B}) =$$
$$= a.\overline{A} + xa.(\cos C.\overline{B} - \overline{A});$$

слѣдовательно,

$$(a - ax - by\cos C).\overline{A} - (b - by - ax\cos C).\overline{B} = 0;$$

откуда уравненія:

$$a - ax - by\cos C = 0,$$
$$b - by - ax\cos C = 0,$$

изъ которыхъ найдемъ, что

$$ax = \frac{a - b\cos C}{\sin^2 C},$$

а потому

$$\overline{CH} = a.\overline{A} + \frac{a - b\cos C}{\sin^2 C}.(\cos C.\overline{B} - \overline{A}),$$

или

$$\overline{H} = \overline{CH} = \frac{\cos C}{\sin^2 C}\left[(b - a.\cos C).\overline{A} + (a - b.\cos C)\overline{B}\right].$$

Чтобы найти $\overline{K} = \overline{CK}$, положимъ:

$$\overline{FK} = u.\overline{AD} \text{ и } \overline{IK} = v.\overline{BE};$$

такъ какъ

$$\overline{CK} = \overline{CF} + \overline{FK} = \overline{CI} + \overline{IK} =$$
$$= \overline{CF} + u\,\overline{AD} = \overline{CI} + v.\overline{BE} =$$
$$= \frac{1}{2}a.\overline{A} + ub.(\cos C\,\overline{A} - B) = \frac{1}{2}b.\overline{B} + va.(\cos C.\overline{B} - \overline{A}),$$

то

$$\left(\frac{1}{2}a + ub\cos C + va\right).\overline{A} - \left(\frac{1}{2}b + ub + va\cos C\right).\overline{B} = 0;$$

слѣдовательно,

$$\frac{1}{2}a + ub\cos C + va = 0$$

и

$$\frac{1}{2}b + ub + va\cos C = 0;$$

отсюда

$$u = -\frac{b - a\cos C}{2b\sin^2 C},$$

а потому

$$\overline{K} = \overline{CK} = \frac{1}{2\sin^2 C}\left[(a - b\cos C).\overline{A} + (b - a\cos C).\overline{B}\right].$$

Наконецъ, для опредѣленія $\overline{G} = \overline{CG}$ замѣтимъ, что для произвольно взятой точки O (23)

$$\overline{OG} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}}{3};$$

если же точка O совпадаетъ съ C, то

$$\overline{CG} = \frac{\overline{CA} + \overline{CB}}{3},$$

или

$$\overline{G} = \overline{CG} = \frac{1}{3}(a.\overline{A} + b.\overline{B}).$$

Подставивъ найденныя выраженія для $\overline{G}$, $\overline{H}$ и $\overline{K}$ въ предполагаемое равенство

$$m.\overline{G} + n.\overline{H} + p.\overline{K} = 0$$

и приравнявъ нулю коэффиціенты при $\overline{A}$, $\overline{B}$, получимъ уравненія:

$$\frac{1}{3}am + n\frac{\cos C}{\sin^2 C}(b - a\cos C) + \frac{p}{2\sin^2 C}(a - b\cos C) = 0,$$

$$\frac{1}{3}bm + n\frac{\cos C}{\sin^2 C}(a - b\cos C) + \frac{p}{2\sin^2 C}(b - a\cos C) = 0,$$

удовлетворяющіяся при

$$m = -3 \quad n = 1, \quad p = 2;$$

такъ какъ

$$m + n + p = -3 + 1 + 2 = 0,$$

то точки G, H и K находятся на одной прямой.

Подставивъ числовыя значенія m, n и p въ равенство

$$m.\overline{G} + n.\overline{H} + p.\overline{K} = 0,$$

получимъ

$$-3.\overline{G} + \overline{H} + 2.\overline{K} = 0,$$

или

$$2.\overline{CK} + \overline{CH} - 3.\overline{CG} = 0;$$

это равенство представляется въ видѣ:

$$2.(\overline{CK} - \overline{CG}) + \overline{CH} - \overline{CG} = 0,$$

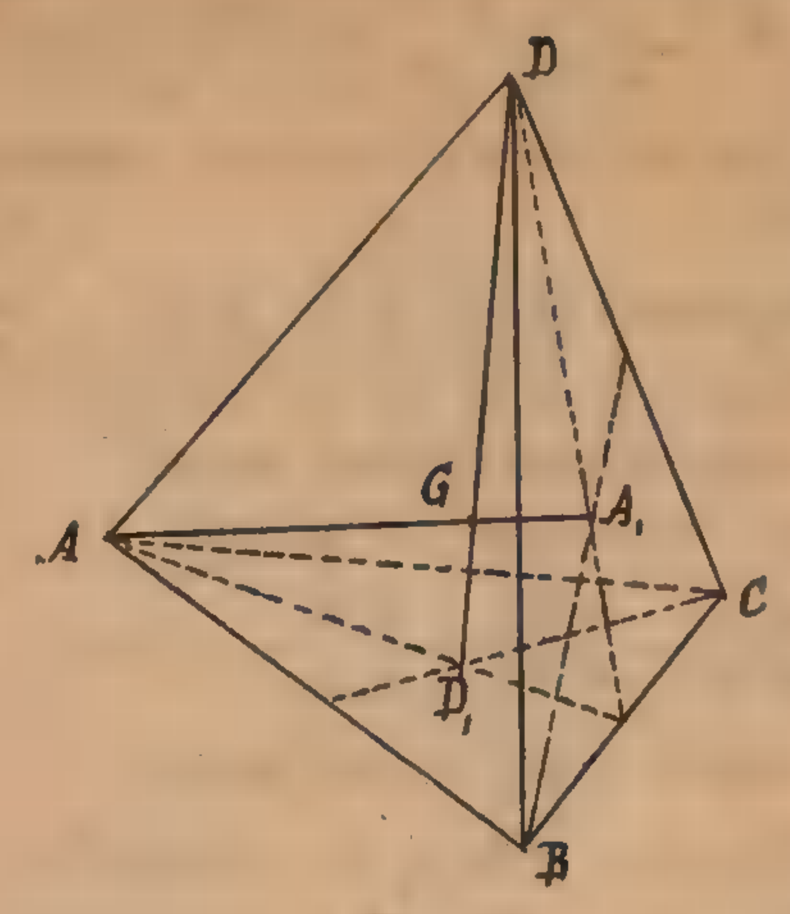
или

$$2.\overline{GK} + \overline{GH} = 0;$$

отсюда

$$\overline{GH} = 2.KG.$$

IX. *Прямыя, соединяющія вершины тетраэдра съ центрами тяжести противоположныхъ граней его, пересѣкаются въ одной точкѣ, въ которой каждая изъ нихъ дѣлится въ отношеніи 3 : 1, считая отъ вершинъ тетраэдра.*



Фиг. 14.

Обозначимъ чрезъ A_1, B_1, C_1, D_1 центры тяжести граней тетраэдра ABCD, противолежащихъ его вершинамъ A, B, C, D (фиг. 14). Взявъ какую-нибудь точку O и положивъ $\overline{OA} = \overline{A}$, $\overline{OA_1} = \overline{A}_1$, $\overline{OB} = \overline{B}$, ..., получимъ (23):

$$\overline{A}_1 = \frac{\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}}{3}, \quad \overline{B}_1 = \frac{\overline{C} + \overline{D} + \overline{A}}{3},$$

$$C_1 = \frac{\overline{D} + \overline{A} + \overline{B}}{3}, \quad \overline{D}_1 = \frac{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}}{3};$$

поэтому, если G есть средняя точка вершинъ тетраэдра, то (24)

$$\overline{G} = \frac{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}}{4} =$$

$$= \frac{\overline{A} + 3.\overline{A}_1}{4} = \frac{\overline{B} + 3.\overline{B}_1}{4} = \frac{\overline{C} + 3.\overline{C}_1}{4} = \frac{\overline{D} + 3.\overline{D}_1}{4};$$

слѣдовательно (23), G находится на прямыхъ AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 и

$$\frac{AG}{GA_1} = \frac{BG}{GB_1} = \frac{CG}{GC_1} = \frac{DG}{GD_1} = 3.$$

Изъ равенствъ

$$\overline{G} = \frac{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}}{4} =$$

$$= \frac{\frac{\overline{A} + \overline{B}}{2} + \frac{\overline{C} + \overline{D}}{2}}{2} = \frac{\frac{\overline{A} + \overline{C}}{2} + \frac{\overline{B} + \overline{D}}{2}}{2} = \frac{\frac{\overline{A} + \overline{D}}{2} + \frac{\overline{B} + \overline{C}}{2}}{2}$$

видно, что *прямыя, соединяющія средины противоположныхъ реберъ*

тетраэдра, пересѣкаются въ средней точкѣ вершинъ его и дѣлятся въ этой точкѣ пополамъ.

Замѣтивъ, наконецъ, что

$$\bar{G} = \frac{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}}{4} = \frac{\bar{A}_1 + \bar{B}_1 + \bar{C}_1 + \bar{D}_1}{4},$$

заключаемъ, что *среднія точки вершинъ тетраэдровъ ABCD и $A_1B_1C_1D_1$ совпадаютъ.*

X. *Если на сторонахъ A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ... плоскаго или косого многоугольника $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ отложить отрѣзки A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3,..., пропорціональные этимъ сторонамъ, то двѣ системы точекъ A_1, A_2,...., A_n и B_1, B_2, ..., B_n имѣютъ общую среднюю точку.*

Дѣйствительно, такъ какъ, по условію,

$$\frac{A_1B_1}{A_1A_2} = \frac{A_2B_2}{A_2A_3} = \frac{A_3B_3}{A_3A_4} = \ldots = k,$$

то, взявъ произвольную точку O, положивъ

$$\overline{OA_1} = \bar{A}_1, \quad \overline{OA_2} = \bar{A}_2, \quad \overline{OA_3} = \bar{A}_3, \ldots$$

$$\overline{OB_1} = \bar{B}_1, \quad \overline{OB_2} = \bar{B}_2, \quad \overline{OB_3} = \bar{B}_3, \ldots$$

и замѣтивъ, что

$$\overline{A_1B_1} = \bar{B}_1 - \bar{A}_1, \quad \overline{A_2B_2} = \bar{B}_2 - \bar{A}_2, \ldots,$$

$$\overline{A_1A_2} = \bar{A}_2 - \bar{A}_1, \quad \overline{A_2A_3} = \bar{A}_3 - \bar{A}_2, \ldots,$$

получимъ:

$$\bar{B}_1 - \bar{A}_1 = k.(\bar{A}_2 - \bar{A}_1),$$

$$\bar{B}_2 - \bar{A}_2 = k.(\bar{A}_3 - \bar{A}_2),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\bar{B}_n - \bar{A}_n = k.(\bar{A}_1 - \bar{A}_n),$$

или

$$\bar{B}_1 = (1 - k).\bar{A}_1 + k.\bar{A}_2,$$

$$B_2 = (1 - k.)\bar{A}_2 + k.\bar{A}_3,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\bar{B}_n = (1 - k).\bar{A}_n + k.\bar{A}_1;$$

сложивъ эти равенства, увидимъ, что

$$\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \ldots + \bar{B}_n = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \ldots + \bar{A}_n;$$

слѣдовательно,

$$\frac{B_1 + \bar{B}_2 + \ldots + \bar{B}_n}{n} = \frac{\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \ldots + \bar{A}_n}{n},$$

что и требовалось доказать.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

N-лучи Blondlot.

Изслѣдуя Рентгеновскіе лучи и стремясь обнаружить ихъ поляризацію, R. Blondlot (въ Нанси) былъ приведенъ къ открытію новаго рода лучей, которые онъ назвалъ *N-лучами* въ честь города, гдѣ производятся его изслѣдованія *).

Изслѣдованіе Рентгеновскихъ лучей производилось слѣдующимъ образомъ. Разрядная трубка, испускающая лучи, покрывалась экраномъ, не пропускающимъ видимыхъ лучей обыкновенной флуоресценціи. Оставшіеся послѣ такой фильтраціи черезъ экранъ невидимые лучи падали на небольшую искру индукціонной катушки. Подъ дѣйствіемъ этихъ лучей искра становилась значительно ярче, и, оріентируя ее въ различныхъ плоскостяхъ относительно источника лучеиспусканія, можно было обнаружить поляризацію лучей. Сперва Blondlot подумалъ, что ему удалось обнаружить поляризацію *X*-лучей Рентгена.

Но вскорѣ онъ убѣдился въ томъ, что изслѣдованные имъ лучи могутъ быть подвергнуты преломленію и отраженію и что они, вообще, совершенно отличны отъ Рентгеновскихъ. Между прочимъ, *N*-лучи не дѣйствуютъ вовсе на фотографическую пластинку. Подобно Рентгеновскимъ, они проходятъ сквозь дерево, черную бумагу, алюминій и т. п. Коэффиціентъ ихъ преломленія для кварца приблизительно былъ найденъ сперва равнымъ 2.

Послѣдній результатъ побудилъ Blondlot искать эти лучи и въ другихъ источникахъ свѣта. И именно, какъ извѣстно, Rubens открылъ между лучами Ауэровской горѣлки лучи весьма большой длины волны; коэффиціентъ преломленія этихъ лучей для кварца равенъ 2,18. Но *N*-лучи, въ отличіе отъ всѣхъ остальныхъ ультракрасныхъ лучей, равно какъ и лучей Rubens'а, проходятъ черезъ металлы толщиною до 3 mm., черезъ дерево толщиной въ 1 cm. Напротивъ того, вода для нихъ непрозрачна; и листокъ папиросной бумаги, пропускающій ихъ въ сухомъ состояніи вполнѣ свободно, задерживаетъ ихъ совершенно, если напитать его водой. Дальнѣйшія изслѣдованія показали, что *коэффиціентъ ихъ преломленія для кварца равенъ 2,9*.

Въ дальнѣйшихъ своихъ работахъ Blondlot установилъ, что *N*-лучи заключаются не только въ свѣтѣ разрядной трубки и Ауэровской горѣлки, но и въ обыкновенномъ газовомъ свѣтѣ, и въ солнечномъ, и въ свѣтѣ раскаленныхъ металловъ. До сихъ поръ найдены, кромѣ уже упомянутаго дѣйствія ихъ на ма-

*) См. „Comptes rendus" 136 (1903); а также „Physikalische Zeitschrift" 4 (1903).

лёнькую искру разрядной катушки, еще слѣдующія ихъ свойства. Во-первыхъ, Blondlot поставилъ себѣ вопросъ, обусловливается ли дѣйствіе N-лучей на электрическую искру тѣмъ, что искра эта возникаетъ отъ электрическаго разряда. Поэтому онъ подвергъ воздѣйствію этихъ лучей весьма маленькое синее пламя. Это пламя подъ дѣйствіемъ N-лучей становилось ярче и бѣлѣе. Во-вторыхъ, N-лучи усиливаютъ фосфоресценцію, возбужденную ранѣе другими лучами.

Наконецъ, другой физикъ G. Sagnac оцѣниваетъ, пользуясь дифракціей N-лучей, длину ихъ волны:

$$\lambda = 0{,}2 \text{ mm.} \quad *).$$

Если его разсужденія подтвердятся, въ чемъ теперь трудно сомнѣваться, то N-лучи Blondlot займутъ въ ультра-красной части спектра крайнее мѣсто, за лучами Rubens'a. Такъ что останется не много, чтобы перебросить мостъ отъ свѣтовыхъ лучей къ лучамъ Hertz'a, добываемымъ путемъ электрическихъ колебаній. Въ области Hertz'овскихъ колебаній извѣстный русскій физикъ проф. Лебедевъ достигъ блестящихъ результатовъ, значительно укоротивъ длину волны этихъ лучей.

Праздникъ въ честь Dalton'a въ Манчестерѣ. 19-го мая (н. ст.) происходило въ Манчестерскомъ Литературномъ и Философскомъ Обществѣ празднованіе столѣтія со дня созданія Dalton'омъ атомистической теоріи. Проф. F. W. Clarke прочелъ рѣчь на тему объ атомистической теоріи. Отъ Русскаго Физико-Химическаго Общества было получено посланіе.

14-ый конгрессъ геодезіи. Отъ 4-го августа (н. ст.) происходилъ въ Копенгагенѣ *14-ый международный конгрессъ геодезіи.*

Конференція о телеграфіи безъ проводовъ. Отъ 4-го августа (н. ст.) происходила въ Берлинѣ *первая международная конференція въ цѣляхъ урегулированія сношеній при помощи безпроволочнаго или искрового телеграфа.* Въ конференціи приняли участіе представители слѣдующихъ странъ: Германіи, Франціи, Англіи, Россіи, Италіи, Австріи, Венгріи, Испаніи, Сѣв.-Америки. Делегатами отъ Россіи явились: г.г. Билибинъ, Осадчій, проф. Поповъ, и г. Залевскій.

Станція для безпроволочнаго телеграфированія въ Портъ-Артурѣ. Въ Портъ-Артурѣ, на такъ называемой Золотой Горѣ, устраивается станція для безпроволочной телеграфіи. Цѣль станціи—сношенія съ морскими судами.

---

*) См. „Comptes rendus", **136**, p. 1435, (1903).

Третій Съѣздъ русскихъ дѣятелей по техническому и профессіональному образованію въ Россіи.

I.

Правила 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессіональному образованію въ Россіи.

Утверждены Комитетомъ Съѣзда 6-го февраля 1903 г.

---

1) Открытіе 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессіональному образованію послѣдуетъ 26-го декабря 1903 г., а закрытіе 6-го января 1904 г. Засѣданія будутъ происходить ежедневно, за исключеніемъ 1-го января 1904 г., въ часы, назначенные Комитетомъ Съѣзда.

2) Членами 3-го Съѣзда могутъ быть всѣ лица, принимающія и принимавшія участіе въ дѣятельности какого-либо профессіональнаго, техническаго, ремесленнаго, коммерческаго и т. п. учебнаго заведенія (§ 11 положенія). Члены Императорскаго Русскаго Техническаго Общества и тѣхъ Обществъ, которыя приглашены къ участію въ Съѣздѣ, записываются въ члены Съѣзда по заявленію.

3) Лица, желающія быть членами 3-го Съѣзда, не состоящія членами Императорскаго русскаго техническаго Общества, присылаютъ свои заявленія въ Комитетъ Съѣзда (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2) не позже 10-го декабря 1903 г. Члены Императорскаго Техническаго Общества заявляютъ Комитету 3-го Съѣзда о желаніи быть членами 3-го Съѣзда не позже 20-го декабря 1903 года.

4) Входные билеты и членскіе знаки выдаются съ 15-го декабря 1903 года въ Канцеляріи 3-го Съѣзда (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2), по внесеніи членскаго взноса пяти рублей. Въ эту сумму включена плата за предполагаемые къ изданію Труды 3-го Съѣзда. На основаніи § 15-го Положенія принимаются и бо́льшіе взносы, и въ такомъ случаѣ сумма, превышающая пять рублей, записывается, какъ пожертвованіе.

5) Лица, сочувствующія цѣли учрежденія Съѣзда и желающія сдѣлать пожертвованія, благоволятъ адресовать таковыя въ Постоянную Комиссію по техническому образованію при Императорскомъ Русскомъ Техническомъ Обществѣ (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2).

Лица, внесшія не менѣе ста рублей, считаются членами-учредителями 3-го Съѣзда.

Лица, оказавшія особыя услуги и содѣйствіе Съѣзду и выставкѣ при немъ, считаются почетными учредителями Съѣзда.

6) Входъ на устроенную при 3-мъ Съѣздѣ выставку для членовъ Съѣзда безплатный.

7) Занятія 3-го Съѣзда состоятъ въ чтеніи и обсужденіи докладовъ по утвержденной программѣ Съѣзда и въ постановленіи резолюцій по обсуждавшимся докладамъ. Доклады съ выраженными тезисами препровождаются авторами заблаговременно въ Комитетъ 3-го Съѣзда (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2). Доклады, поступившіе въ Комитетъ 3-го Съѣзда не позднѣе 15 октября 1903 года, печатаются по постановленію Комитета Съѣзда до открытія Съѣзда. Печатаніе доложенныхъ на съѣздѣ докладовъ и преній, вызванныхъ ими, вполнѣ или въ извлеченіи, зависитъ отъ Комитета 3-го Съѣзда, по соглашенію съ авторами.

8) Засѣданія 3-го Съѣзда бываютъ общія и по секціямъ. Члены 3-го Съѣзда записываются въ ту или другую секцію по своему желанію и могутъ быть членами нѣсколькихъ секцій.

9) Во время чтенія или произношенія доклада не допускается прерывать докладчика замѣчаніями или вопросами. Желающіе принять участіе въ

преніяхъ, подаютъ о томъ заявленіе до засѣданія или во время его Предсѣдателю засѣданія. Возраженія и замѣчанія дѣлаются лишь по окончаніи чтенія доклада въ очередномъ порядкѣ заявленій. Для прочтенія доклада предоставляется время не долѣе 20 минутъ, для каждаго возраженія—не долѣе 10 минутъ.

Отъ Предсѣдателя засѣданія зависитъ продлить время чтенія доклада, равно какъ и время на возраженія докладовъ, приходящихся на данное засѣданіе.

10) Новыя предложенія, резолюціи и иные вопросы, вытекающіе изъ доклада или имѣющіе съ нимъ ближайшую связь, могутъ быть обсуждаемы не иначе, какъ по выслушаніи всѣхъ очередныхъ оппонентовъ.

II.

Программа занятій имѣющаго быть въ С.-Петербургѣ 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессіональному образованію въ Россіи.

(Утверждена Министромъ Народнаго Просвѣщенія 5 марта 1903 года).

Нижеслѣдующіе вопросы имѣютъ быть обсуждаемы по отношенію къ существующимъ въ предѣлахъ Россіи видамъ учебныхъ заведеній: техническихъ (высшихъ, среднихъ и низшихъ), ремесленныхъ, коммерческихъ и иныхъ профессіональныхъ, принадлежащихъ къ разряду техническо-промышленныхъ школъ, курсовъ, дополнительныхъ и подготовительныхъ классовъ, какъ мужскихъ, такъ и женскихъ.

Отдѣлъ I. *Ознакомленіе съ современнымъ положеніемъ техническаго и промышленнаго образованія въ Россіи.*

Отдѣлъ II. *Выясненіе вопросовъ, относящихся къ учебному плану, методамъ преподаванія, какъ теоретическаго, такъ и нагляднаго, техническо-промышленныхъ училищъ, классовъ и курсовъ.*

а) Какой размѣръ общеобразовательной подготовки слѣдуетъ признать наиболѣе цѣлесообразнымъ для различныхъ видовъ низшихъ и среднихъ учебныхъ заведеній технико-промышленнаго характера. б) Въ какой мѣрѣ и въ какомъ отношеніи должно находиться продолженіе общаго образованія въ спеціальныхъ учебныхъ заведеніяхъ къ образованію техническо-промышленному и вообще профессіональному. в) Какая наилучшая постановка системъ обученія должна быть принята для выработки практическаго умѣнія и навыка. г) Сколько рабочихъ часовъ на теоретическія и практическія занятія можно отводить въ профессіональныхъ мужскихъ и женскихъ школахъ.

Отдѣлъ III. *Участіе учебныхъ заведеній въ дѣлѣ развитія соотвѣтственныхъ отраслей промышленности и различныхъ видовъ труда.*

а) Свѣдѣнія о судьбѣ учащихся, какъ окончившихъ учебное заведеніе, такъ и вышедшихъ изъ него до окончанія полнаго курса; отношеніе числа окончившихъ полный курсъ ученія къ общему числу вступающихъ въ учебныя заведенія. б) Участіе правительственныхъ, общественныхъ, земскихъ и частныхъ учрежденій, равно и представителей промышленности и торговли и частныхъ лицъ, въ учрежденіи и развитіи (въ педагогическомъ и финансовомъ отношеніяхъ) техническихъ, промышленныхъ и профессіональныхъ учебныхъ заведеній, курсовъ и классовъ. в) Выясненіе вопроса, какъ отражается на промышленности привлеченіе къ ней рабочихъ, получившихъ подготовку, какъ общеобразовательную (низшую или среднюю), такъ и спеціально-профессіональную. г) Связь учебныхъ заведеній съ бывшими учениками ихъ. Общества, братства, кассы и пр., имѣющія своею цѣлью попеченіе и заботу объ учащихся.

Отдѣлъ IV. *Распространеніе техническихъ и профессіональныхъ знаній и умѣній, обученіе этимъ знаніямъ и умѣніямъ внѣ учебныхъ заведеній установившихся типовъ.*

а) Ученичество въ ремесленныхъ мастерскихъ и на заводахъ. б) Курсы, вечерніе и воскресные, предметовъ техническаго, профессіональнаго и общеобразовательнаго обученія. в) Публичныя чтенія и предметные уроки по отдѣльнымъ производствамъ, мастерствамъ, рукодѣліямъ и пр. г) Техническо-ремесленная подготовка кустарей. д) Обученіе малолѣтнихъ и взрослыхъ рабочихъ. е) Внѣшкольныя практическія занятія и обязательная профессіональная практика.

Отдѣлъ V. *Отдѣльные вопросы по предметамъ, необнимаемымъ предыдущими отдѣлами.*

а) Постановка преподаванія естествознанія, товаровѣдѣнія, черченія и рисованія, какъ вспомогательныхъ и подготовительныхъ знаній, для цѣлей техническаго и профессіональнаго образованія. б) Вопросы, относящіеся до преподаванія ремеслъ и искусствъ. Мѣры для подготовки надлежащихъ преподавателей. в) Постановка преподаванія ручного труда, основанная на педагогическомъ и утилитарномъ значеніи его. г) Учрежденія, способствующія успѣшности преподаванія техническихъ и профессіональныхъ знаній: учебные кабинеты, лабораторіи, мастерскія, выставки, музеи, библіотеки, читальни и пр. д) Способы для оживленія и приданія жизненности преподаванію техническихъ и профессіональныхъ знаній: осмотры мастерскихъ, заводовъ, фабрикъ, гаваней, желѣзно-дорожныхъ станцій (по возможности, крупныхъ по движенію товаровъ), каналовъ, прирѣчныхъ пристаней и пр.; экскурсіи для ознакомленія съ промышленностью, кустарными и ремесленными производствами въ данномъ районѣ, въ своей губерніи, въ своемъ уѣздѣ. е) Вопросы школьной гигіены и физическаго развитія по отношенію къ промышленно-техническимъ и профессіональнымъ учебнымъ заведеніямъ. ж) Обсужденіе вопросовъ, относящихся до учебниковъ, руководствъ, пособій, атласовъ, справочныхъ книгъ, по спеціально техническимъ и профессіональнымъ знаніямъ. з) Вопросы о постановкѣ преподаванія техническихъ и профессіональныхъ знаній на спеціальныхъ курсахъ для рабочихъ или же на курсахъ для подготовки рабочихъ (напр., курсы для кочегаровъ, курсы для слесарей, плотниковъ, каменьщиковъ, печниковъ и т. д.). и) Обсужденіе вопроса о наилучшемъ способѣ провѣрки знаній учащихся. к) Потребность въ живомъ обмѣнѣ и объединеніи въ дѣятельности отдѣльныхъ учрежденій и обществъ, содѣйствующихъ техническому и профессіональному образованію въ Россіи.

III.

Организація 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессіональному образованію въ Россіи.

(Утверждена Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія 5 марта 1903 г.).

Комитетъ 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессіональному образованію, утвержденный въ своемъ составѣ Министромъ Народнаго Просвѣщенія, раздѣляется на Распорядительный Комитетъ Выставки и на одиннадцать секцій.

Согласно программѣ, утвержденной Министромъ Народнаго Просвѣщенія, 3-й Съѣздъ подраздѣляется на слѣдующія секціи: I—высшія техническія учебныя заведенія. II—среднія и низшія техническія учебныя заведенія. III—ремесленныя учебныя заведенія и учебныя ремесленныя мастерскія. IV—коммерческое образованіе. V—мореходныя учебныя заведенія и рѣчныя училища. VI—женское профессіональное образованіе. VII—ремесленное ученичество. VIII—художественно-промышленное образованіе и графическія искусства. IX—ручной трудъ. X—курсы и школы для рабочихъ. XI—школьная гигіена и физическое воспитаніе въ техническихъ и профессіональныхъ учебныхъ заведеніяхъ.

Составъ Комитета.

Предсѣдатель.

Петровъ, Николай Павловичъ, Инженеръ-Генералъ,—Предсѣдатель Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

Товарищи Предсѣдателя:

Головинъ, Харлампій Сергѣевичъ, Попечитель С.-Петербургскаго учебнаго округа.

Кирпичевъ, Викторъ Львовичъ, Профессоръ, Членъ Совѣта Министра Финансовъ.

Коноваловъ, Дмитрій Петровичъ, Профессоръ С.-Петербургскаго Университета, Предсѣдатель I отдѣла Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

Предсѣдатель Распорядительной Комиссіи Съѣзда:

Головинъ, Харлампій Сергѣевичъ, Попечитель С.-Петербургскаго Учебнаго Округа.

Товарищъ Предсѣдателя Распорядительной Комиссіи Съѣзда:

Неболсинъ, Александръ Григорьевичъ, Тайный Совѣтникъ, Предсѣдатель Постоянной Комиссіи по техническому образованію.

Казначей Комитета.

Неболсинъ, Александръ Григорьевичъ, Тайный Совѣтникъ, Предсѣдатель Постоянной Комиссіи по техническому образованію.

Предсѣдатель Распорядительнаго Комитета Выставки.

Ковалевскій, Евграфъ Петровичъ, Чиновникъ особыхъ порученій при Министерствѣ Народнаго Просвѣщенія.

Секретарь Комитета.

Альмедингенъ, Александръ Николаевичъ, Коллежскій Совѣтникъ, Секретарь Постоянной Комиссіи по техническому образованію.

Члены Комитета:

Аноповъ, Иванъ Алексѣевичъ, Тайный Совѣтникъ, Управляющій учебнымъ отдѣломъ Министерства Финансовъ.

Волковъ, Евгеній Степановичъ, Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ, Управляющій учебнымъ отдѣломъ Министерства Путей Сообщенія.

Потѣхинъ, Павелъ Антипычъ, Предсѣдатель Комиссіи народнаго образованія г. С.-Петербурга.

Сабанинъ, Владиміръ Васильевичъ, Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ, Непремѣнный Членъ Постоянной Комиссіи по техническому образованію.

Срезневскій, Вячеславъ Измаиловичъ, Статскій Совѣтникъ, Инспекторъ Елизаветинскаго Института въ С.-Петербургѣ.

Тавилдаровъ, Николай Ивановичъ, Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ, Управляющій Отдѣленіемъ промышленныхъ училищъ Министерства Народнаго Просвѣщенія.

Федоровъ, Евгеній Степановичъ, Полковникъ, Секретарь Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 376 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\sqrt[3]{6x+5}-\sqrt[3]{4x-3y}=1,$$
$$6x+3y=4.$$

Г. Огановъ (Эривань).

№ 377 (4 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$y^2(y^2-2x-3)+x^2=4y(y^2-x-1)-5.$$

Л. Гальперинъ (Бердичевъ).

№ 378 (4 сер.). Даны основаніе a треугольника и радіусы R и r круговъ описаннаго и вписаннаго. Требуется 1) вычислить остальныя стороны треугольника и 2) построить треугольникъ.

Л. Ямпольскій (Одесса).

№ 379 (4 сер.). Данъ уголъ ABC и точка O на сторонѣ AB. Описать изъ точки O, какъ изъ центра, окружность, встрѣчающую сторону BC въ такихъ точкахъ M и N, чтобы отрѣзки NM и MB были равны.

I. Ѳеодоровъ (Спб.).

№ 380 (4 сер.). Найти цѣлое трехзначное число N, всякая цѣлая степень котораго имѣетъ такія же цифры сотенъ, десятковъ и единицъ, какъ и само число N.

(Заимств.).

№ 381 (4 сер.). Сколько литровъ паровъ воды, имѣющихъ температуру 100° и находящихся подъ давленіемъ въ 760 миллиметровъ, надо впустить въ 2 кубическихъ метра воды, чтобы эти пары, сгустившись, подняли температуру воды съ 20° до 80°? Скрытая теплота испаренія воды 537; плотность пара $\frac{5}{8}$.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 308 (4 сер.). *Опредѣлить два простыхъ числа* a *и* b, *зная, что сумма всѣхъ дѣлителей числа* 2^7ab *равна* $\frac{85}{28}$ *числа* 2^7ab.

Раскрывая скобки въ произведеніи

$$(1+2+2^2+2^3+\ldots+2^7)(1+a)(1+b) \qquad (1),$$

легко убѣдиться, что каждый членъ этого произведенія представляетъ собою дѣлителя числа 2^7ab и что, наоборотъ, каждый дѣлитель этого числа,—разлагаясь на тѣхъ же простыхъ множителей, какъ и число 2^7ab, и при томъ заключая множителей 2, a и b въ степеняхъ соотвѣтственно не высшихъ 7, 1 и 1,—равенъ одному изъ членовъ произведенія (1). При добавочномъ предположеніи, что числа 2, a и b различны, оказывается, что всѣ члены произведенія (1) также различны, а потому въ этомъ случаѣ сумма S всѣхъ различныхъ дѣлителей числа 2^7ab равна суммѣ всѣхъ членовъ произведенія (1), т. е.

$$S=(1+2+2^2+\ldots+2^7)(1+a)(1+b)=\frac{2^8-1}{2-1}(1+a)(1+b)=255(1+a)(1+b) \quad (1).$$

Но, по условію,

$$S=\frac{85}{28}\cdot 2^7ab=\frac{85.128}{28}ab=\frac{85.32}{7}ab \qquad (2),$$

потому (см. (1), (2))

$$255(1+a)(1+b)=\frac{85.32}{7}ab,$$

откуда

$$\frac{(1+a)(1+b)}{ab}=\frac{85.32}{7.255}=\frac{32}{7.3} \qquad (3).$$

Такъ какъ дробь $\frac{32}{7.3}$, равная $\frac{(1+a)(1+b)}{ab}$, несократима, то одно изъ простыхъ чиселъ a и b должно равняться 7, а другое 3; подставляя эти значенія a и b въ равенство (3), находимъ, что эти значенія a и b удовлетворяютъ ему; кромѣ того, числа 2, a и b различны, такъ что равенство (1) дѣйствительно имѣетъ мѣсто. Разсуждая подобнымъ же образомъ, легко убѣдиться, что предположенія $a=b=2$ или $a=2$, $b\neq a$ невозможны; не приводя всѣхъ подробностей доказательства, замѣтимъ только, что въ первомъ случаѣ сумма всѣхъ дѣлителей числа N была бы равна $1+2+2^2+\ldots+2^9$, а во-второмъ $(1+2+\ldots+2^8)(1+b)$. Итакъ, одно изъ чиселъ a и b равно 3, а другое 7.

Л. Ямпольскій (Braunschweig); *Н. Гончаровъ* (Короча); *Г. Огановъ* (Эривань); *И. Плотникъ* (Одесса); *Я. Дубновъ* (Одесса).

№ 312 (4 сер.). *Построить окружность, касающуюся равныхъ сторонъ* AB *и* AC *равнобедреннаго треугольника* ABC *и дѣлящую основаніе его* BC *на три равныя части.*

Раздѣлимъ основаніе BC треугольника BAC на три части $BM=MN=NC$ и проведемъ высоту AD. Центръ O искомой окружности долженъ отстоять одинаково отъ точекъ M и N и отъ сторонъ AB и AC, для чего необходимо и достаточно, чтобы онъ одинаково отстоялъ отъ точки M и отъ стороны AB; дѣйствительно, отстоя одинаково отъ точекъ M и N, точка O лежитъ на высотѣ AD равнобедреннаго треугольника; поэтому, если разстояніе OP точки O отъ стороны AB равно OM, то $ON=OM=OP=OQ$, гдѣ OQ—разстояніе точки O отъ стороны AC, такъ какъ высота AD, по свойству равнобедреннаго треугольника, есть биссектриса угла A. Точку O, удовлетворяющую условію $OM=OP$, легко построить методомъ подобія, принимая за центръ подобія A, а именно: проводимъ прямую AM, изъ произвольной точки P' стороны AB возставляемъ перпендикуляръ до встрѣчи его въ точкѣ O' съ прямой AD, дѣлаемъ изъ точки O' засѣчки $O'M'$ и $O'M''$ радіусомъ $O'P'$ на прямой AM и затѣмъ изъ точки M проводимъ прямыя, соотвѣтственно параллельныя прямымъ $O'M'$ и $O'M''$ до встрѣчи съ прямой AM въ точкахъ O_1 и O_2. Пусть O_1P_1 и O_2P_2 суть соотвѣтственно перпендикуляры, опущенные изъ точекъ O_1 и O_2 на прямую AB. Изъ подобія треугольниковъ $AM'O'$ и AMO_1 а также треугольниковъ $AP'O'$ и AP_1O_1 находимъ: $\frac{O'P'}{O_1P_1}=\frac{AO'}{AO_1}=\frac{O'M'}{O_1M}$, откуда $O_1M=O_1P_1$, такъ какъ $O'P'=O'M'$ по построенію; точно также найдемъ, что $O_2M=O_2P_2$; окружности O_1 и O_2, описанныя изъ центровъ O_1 и O_2 радіусомъ $O_1M=O_2M$, суть искомыя (одна изъ этихъ окружностей, какъ это вытекаетъ изъ болѣе подробнаго изслѣдованія, касается сторонъ AB и AC, а другая—ихъ продолженія). Еще проще рѣшается задача приложеніемъ алгебры къ геометріи: исходя изъ равенства $\overline{BP}^2=BN.BM$, строимъ отрѣзокъ BP, какъ среднюю пропорціональную между BN и BM, откладываемъ BP (это отложеніе можно произвести по обѣ стороны отъ точки B) на AB и изъ точки P возставляемъ перпендикуляръ къ AB до встрѣчи его съ AB въ точкѣ O.

Л. Ямпольскій (Braunschweig); *И. Плотникъ* (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); *Я. Дубновъ* (Одесса); *Н. Гончаровъ* (Короча); *Нерсесъ Сагателовъ* (Шуша); *А. Заикинъ* (Самара).

№ 313 (4 сер.). *Найти общій видъ цѣлыхъ числелъ* N, *удовлетворяющихъ условію, чтобы число* $\sqrt{N}-a$, *гдѣ* a—*приближенный корень квадратный изъ* N *съ недостаткомъ съ точностью до единицы, обращалось въ непрерывную дробь, имѣющую четыре частныхъ въ періодѣ, первыя три изъ которыхъ суть* 1, 3, 1.

Такъ какъ $\sqrt{N}-a<1$, то $\sqrt{N}-a$ разлагается на дробь вида

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{x+\cfrac{1}{1+\ldots}}}}}$$

, гдѣ четвертое частное періода x неизвѣстно.

Введя обозначеніе

$$\sqrt{N}-a=y \qquad (1),$$

получимъ:

$$y=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{x+y}}}}=\frac{4x+4y+3}{5x+5y+4},$$

откуда

$$5xy+5y^2+4y=4x+4y+3,$$

или, отнимая отъ обѣихъ частей по $4y$, перенося всѣ члены въ первую часть и подставляя вмѣсто y его значеніе изъ равенства (1), —

$$5x\sqrt{N}-5xa+5N+5a^2-10a\sqrt{N}-4x-3=0,$$

откуда, замѣчая, что должны быть отдѣльно равны нулю раціональная часть и коэффиціентъ при ирраціональной части, находимъ:

$$5x-10a=0 \;(2), \quad 5N+5a^2-5xa-4x-3=0 \;(3).$$

Изъ равенства (2) находимъ, что $x=2a$; подставляя это значеніе x въ равенство (3), получимъ:

$$5N-5a^2=8a+3,$$

откуда

$$N-a^2=\frac{8a+3}{5} \qquad (4).$$

Такъ какъ $N-a^2$ число цѣлое, то $8a+3$ (см. (4)) дѣлится на 5 безъ остатка, такъ что $\frac{8a+3}{5}=z$, гдѣ z число цѣлое, такъ что $8a+3=5z$ (5). Рѣшая уравненіе (5) въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ, находимъ

$$a=5t-1 \;(6),$$

гдѣ t произвольное положительно число. Подставляя найденное (см. (6)) значеніе a въ равенство (4), находимъ

$$N-25t^2+10t-1=8t-1,$$

откуда

$$N=25t^2-2t,$$

гдѣ t произвольное цѣлое положительное число.

И. Плотникъ (Одесса); *Н. Гончаровъ* (Короча).

№ 314 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\sqrt[3]{\frac{a+x}{a-x}}-\sqrt[3]{\frac{a-x}{a+x}}=\sqrt[3]{\frac{b+x}{b-x}}-\sqrt[3]{\frac{b-x}{b+x}}.$$

(Заимств. изъ *Časopis*).

Введя обозначенія

$$\sqrt[3]{\frac{a+x}{a-x}}=\alpha,\ \sqrt[3]{\frac{b+x}{b-x}}=\beta \qquad (1),$$

представимъ предложенное уравненіе въ видѣ

$$\alpha-\frac{1}{\alpha}=\beta-\frac{1}{\beta} \qquad (2).$$

Возвышая равенство (2) въ кубъ, получимъ

$$\alpha^3-3\alpha+\frac{3}{\alpha}-\frac{1}{\alpha^3}=\beta^3-3\beta+\frac{3}{\beta}-\frac{1}{\beta^3} \qquad (3).$$

Утроивъ обѣ части равенства (2) и складывая полученное равенство съ равенствомъ (3), находимъ:

$$\alpha^3-\frac{1}{\alpha^3}=\beta^3-\frac{1}{\beta^3},$$

или (см. (1))

$$\frac{a+x}{a-x}-\frac{a-x}{a+x}=\frac{b+x}{b-x}-\frac{b-x}{b+x},$$

$$\frac{4ax}{a^2-x^2}=\frac{4bx}{b^2-x^2},\ x(ab^2-ax^2-ba^2+bx^2)=0,$$

$$x.[ab(b-a)+x^2(b-a)]=0 \qquad (4).$$

Если $b=a$, то уравненіе (4) обращается въ тожество; въ этомъ случаѣ и предложенное уравненіе удовлетворяется при всякомъ значеніи x (исключая $x=a$). Если же $a\neq b$, то, дѣля обѣ части равенства (4) на $b-a$, находимъ, что уравненіе (4) распадается на два, а именно,

$$x=0 \text{ и } x^2+ab=0,$$

откуда $x=\pm\sqrt{-ab}$, такъ что корни уравненія (4) суть:

$$x_1=0,\quad x_2=\sqrt{-ab},\quad x_3=-\sqrt{-ab}.$$

Подстановкой убѣждаемся, что корни эти удовлетворяютъ и предложенному уравненію и потому даютъ *всѣ* рѣшенія.

Л. Ямпольскій (Braunschweig); *И. Плотникъ* (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); *Я. Дубновъ* (Одесса); *В. Винокуровъ* (Москва); *Н. Гончаровъ* (Короча).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 23-го Сентября 1903 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.